令和６年度採用

群馬県公立高等学校教員選考試験問題

数　　　学

受験番号		氏名	

注　意　事　項

1　「開始」の指示があるまでは、問題用紙を開かないでください。

2　問題は、１ページから５ページまであります。「開始」の指示後、すぐに確認してください。

3　解答は、すべて解答用紙に記入してください。

4　「終了」の指示があったら、直ちに筆記具を置き、問題用紙と番号順に重ねた解答用紙を机の上に置いてください。

5　退席の指示があるまで、その場でお待ちください。

6　この問題用紙は、持ち帰ってください。

1　次の問いに答えなさい。ただし，解答は結果のみ記入しなさい。

(1)　$a=\sqrt{5}+2$，$b=\sqrt{5}-2$　のとき，a^3+b^3 の値を求めよ。

(2)　不等式 $|x^2-4x+3|>3$ を解け。

(3)　2点 A(1，3)，B(5，1)を結んだ線分 AB を 1：3 に外分する点 C の座標を求めよ。

(4)　2次方程式 $x^2+4kx+k=0$ が正の解と負の解を 1 つずつもち，解の絶対値が，ともに 2 より小さくなるような k の値の範囲を求めよ。

(5)　10 本のくじの中に当たりくじが 4 本ある。このくじを同時に 4 本引くとき，当たりくじが 2 本以上含まれる確率を求めよ。

(6)　直線 $3x-4y+1=0$ と点(2，3)との距離 d を求めよ。

(7)　$0 \leqq x < 2\pi$ とするとき，方程式 $\cos x + \cos 2x = -1$ を解け。

(8)　座標空間に平行四辺形 ABCD があり，頂点の座標がそれぞれ，A(1，3，1)，B(−1，1，4)，C(2，−2，−1) であるとき，点 D の座標を求めよ。

(9)　次の不定積分を求めよ。ただし，積分定数をCとする。

$$\int e^{3x+1}\,dx$$

以降の問題については，解答を求める過程についても解答用紙に記すこと。

2　a, b を 1 と異なる正の数とする。任意の正の数 c に対して以下の等式が成り立つことを証明しなさい。

$$\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$$

3　2つの放物線 $y = x^2$・・・①，$y = x^2 - 4x$ ・・・②について，次の問いに答えなさい。

(1)　放物線①，②の両方に接する直線 ℓ の方程式を求めよ。

(2)　直線 ℓ と放物線①，②で囲まれた部分の面積を求めよ。

4　$a_1=3$，$a_{n+1}=2a_n-n$ で定められる数列$\{a_n\}$について，次の問いに答えなさい。

(1)　a_3の値を求めよ。

(2)　$b_n=a_{n+1}-a_n$ とするとき，数列$\{b_n\}$の一般項を求めよ。

(3)　数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

5　一様な材質で作られたひもやロープなどの両端を持って，自然に垂らしたときにできる曲線を，カテナリー曲線（懸垂曲線）という。カテナリー曲線は，定数 a と自然対数の底 e を用いて，以下の式で表される。

$$y = a\left(\frac{e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}}{2}\right)$$

この式で表された，あるカテナリー曲線について調べたところ，y の最小値が 1 であった。この曲線の $-1 \leqq x \leqq 1$ における曲線の長さ L を求めなさい。

6　「すべてが同じ大きさの，赤玉1個，青玉2個，白玉6個をつなげて環状の首飾りを作るとき，作り方は全部で何通りあるか。」という問題に対して，生徒Aは次のように解答した。下の問いに答えなさい。

> ＜生徒Aの解答＞
> 赤玉1個を固定して考えると，残り8個の並べ方は　${}_8C_2 \times {}_6C_6 = 28$　　28通り
> じゅず順列の考え方を用いると，求める場合の数は　$28 \div 2 = 14$　　答　14通り

(1)　生徒Aの解答には間違いがある。その間違えた部分を指摘し，生徒Aの解答が間違いである理由について，簡潔に説明せよ。

(2)　「すべてが同じ大きさの，赤玉1個，青玉2個，白玉6個をつなげて環状の首飾りを作るとき，作り方は全部で何通りあるか。」という問題に対する正しい解答を書け。

7　「数学Ⅰ」の「データの分析」では，日常生活の具体的な事象を考察し，その特徴を捉えたり，問題解決したりする力を養うことを目標とし，データの相関について扱うこととしている。このことについて，次の問いに答えなさい。

(1)　相関係数とはどのような意味をもった値であるか，高校数学の授業の場面を想定し，生徒が理解できるよう，簡潔に説明せよ。

(2)　生徒の中には，相関と因果を混同して理解している者もいると考えられる。高校数学の授業の場面を想定し，相関と因果の違いについて生徒が理解できるよう，具体例を用いて説明せよ。

8　「高等学校学習指導要領（平成30年告示）解説　数学編」では，「数学的な見方・考え方」について，「事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え，論理的，統合的・発展的，体系的に考えること」とされている。このことについて，次の問いに答えなさい。

(1)　「数学的な見方・考え方」を働かせながら学習活動を行うことによって，生きて働く知識や習熟・熟達した技能とともに，生徒にどのような力が育成されると考えられるか，簡潔に書け。

(2)　「数学Ⅰ」の「図形と計量」において，余弦定理を学習した際に対象となる角度を90°として考察することによって，余弦定理が三平方の定理を一般の三角形に拡張したものであることを認識する学習活動が考えられる。この例のように，高校数学の授業の場面を想定し，数学的な見方・考え方を働かせて，統合的・発展的，体系的に学習できる例を挙げ，その学習活動の内容がわかるよう簡潔に説明せよ。

数学　解答用紙	２枚中の１	受験番号		氏名	

（６年）

1

(1)		(2)		(3)		(4)		(5)	
(6)		(7)		(8)		(9)			

2

3

4

5

数学　解答用紙	２枚中の２	受験番号		氏名	

（６年）

6

7

8

以下はあくまでも解答の一例です。

数学　解答用紙	２枚中の１	受験番号		氏名	

（６年）

1 （60 点） （1） ～ （3） ：6 点×3 ， （4） 以降：7 点×6

(1)	$34\sqrt{5}$	(2)	$x<0,\ 4<x$	(3)	$C(-1,\ 4)$	(4)	$-\frac{4}{9}<k<0$	(5)	$\frac{23}{42}$
(6)	$d=1$	(7)	$x=\frac{\pi}{2},\ \frac{2}{3}\pi,\ \frac{4}{3}\pi,\ \frac{3}{2}\pi$	(8)	$D(4,\ 0,\ -4)$	(9)	$\frac{1}{3}e^{3x+1}+C$		

2 （20 点）

（証明）

$\log_a c=p$ とおくと，$a^p=c$ であるから

両辺の b を底とする対数をとって

$\log_b a^p=\log_b c$　すなわち　$p\log_b a=\log_b c$

ここで，$\log_b a\neq 0$　であるから

$$p=\frac{\log_b c}{\log_b a}$$

ゆえに

$$\log_a c=\frac{\log_b c}{\log_b a}$$

が成り立つ。　（証明終）

3 （20 点）

(1) ①上の接点を $(t,\ t^2)$とすると，$y'=2x$ より　接線は

$y-t^2=2t(x-t)$　すなわち　$y=2tx-t^2$ と表せる。

この直線が②とも接するので，②の方程式と連立して

$2tx-t^2=x^2-4x$　すなわち　$x^2-2(t+2)x+t^2=0$

判別式が 0 となることから、$(t+2)^2-t^2=0$　ゆえに $t=-1$

よって　求める接線は　$y=-2x-1$　・・・（答）

(2) $\int_{-1}^{0}\{x^2-(-2x-1)\}dx+\int_0^1\{(x^2-4x)-(-2x-1)\}dx$

$=\left[\frac{1}{3}(x+1)^3\right]_{-1}^{0}+\left[\frac{1}{3}(x-1)^3\right]_0^1$

$=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$　・・・（答）

4 （20 点）

(1) $a_1=3$ より $a_2=2\times 3-1=5$，$a_3=2\times 5-2=8$

$\therefore a_3=8$　・・・（答）

(2) 与えられた漸化式から

$$a_{n+2}=2a_{n+1}-(n+1)$$
$$a_{n+1}=2a_n-n$$

この辺々を引いて

$$a_{n+2}-a_{n+1}=2(a_{n+1}-a_n)-1$$

ゆえに　$b_{n+1}=2b_n-1$　$\therefore$ $b_{n+1}-1=2(b_n-1)$

また　$b_1=a_2-a_1=2$　であるから，

一般項 b_n は，$b_n=2^{n-1}+1$　・・・（答）

(3) (2)より $n\geqq 2$ のとき

$$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}(2^{k-1}+1)$$

$$=3+2^{n-1}-1+(n-1)=2^{n-1}+n+1$$

これは，$n=1$ のときも成り立つ。

よって，　$a_n=2^{n-1}+n+1$　・・・（答）

5 （20 点）

曲線の対称性から，$x=0$ のとき y が最小値 1 をとることがわかる。

曲線の式に $x=0$，$y=1$ を代入して

$$1=a\left(\frac{e^{\frac{0}{a}}+e^{-\frac{0}{a}}}{2}\right)\quad\text{ゆえに}\quad a=1$$

よって，曲線の式は　$y=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$　であり

$\frac{dy}{dx}=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$　であるから

この曲線の長さ L は，対称性も考慮すると

$$L=2\int_0^1\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx=2\int_0^1\sqrt{\frac{(e^x+e^{-x})^2}{4}}\,dx$$

$$=\int_0^1(e^x+e^{-x})dx=[e^x-e^{-x}]_0^1=e-\frac{1}{e}$$

ゆえに

$$L=e-\frac{1}{e}$$　・・・（答）

数学　解答用紙	2枚中の2	受験番号		氏名	

（6年）

6（20点）

(1)　（例）28通りのすべてを2で割っているところが誤りである。

理由は，じゅず順列では裏返して重なるものを考慮して 2 で割る必要があるが，この問題では左右対称の作り方があり，その場合については裏返しても同じであるため，この場合だけ2で割る必要がないから。

(2)　（例）赤玉1個を固定すると，残り8個の並べ方は　${}_8C_2 \times {}_6C_6 = 28$　　28通り

このうち，左右対称となる並べ方は，青玉1個と白玉3個の並べ方を考えて ${}_4C_1 = 4$

したがって，求める場合の数は，　$4 + (28-4) \div 2 = 16$　　よって　16通り　・・・（答）

7（20点）

(1)　（例）2つの変量データにおいて，一方が増えると他方も増える傾向があるとき正の相関関係があるといい，逆に，一方が増えると他方が減る傾向があるとき負の相関関係があるという。このような相関関係の目安となる数値が相関係数である。相関係数は－1以上1以下の値をとり，1に近いほど正の相関が強く，－1に近いほど負の相関が強い，また，0に近いときはほとんど相関がないことを示す。

(2)　（例）例えば，1ヶ月間に朝食を摂った日の回数と数学のテストの得点の間に相関があったとしても，朝食を摂るだけで数学のテストの得点が上がるとは考えにくい。このことから，朝食の回数と得点の間に相関関係があっても，因果関係があると断定することはできないと考えられる。

8（20点）

(1)　（例）より広い領域や複雑な事象の問題を解決するための思考力，判断力，表現力等や，自らの学びを振り返って次の学びに向かおうとする力などが育成されると考えられる。

(2)　（例）指数関数において，$2^2=4$，$2^3=8$ のように，指数が正の整数の場合には2を指数で表された数だけ掛け合わせることによって計算がされる。ここで，$2^2 = 2^3 \times \frac{1}{2}$ であることに着目すれば，$2^0 = 2^1 \times \frac{1}{2} = 1$　，$2^{-1} = 2^0 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$　のように指数を正の整数から0や負の整数にまで拡張することができ，拡張した指数の定義による場合も指数法則を満たすことが確認できる。

授業では，例えば指数関数の導入において，2^0 や 2^{-1} について，既習の指数の考え方をもとにその値を予想させることで，発展的に指数の拡張を考察させるとともに，その考え方が指数法則も満たすかどうかを調べることによって，既習のものと新しく生み出したものを包括的に取り扱えるよう，統合的に考えさせることなどが考えられる。