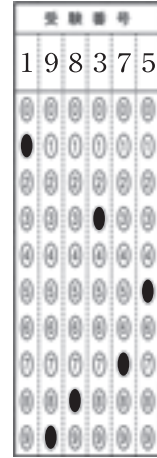


中学校 数学

マーク式解答用紙
受験番号記入例 ※1

解答についての注意点

- 1 解答用紙は、マーク式解答用紙と記述式解答用紙の2種類があります。
- 2 大問①～大問③については、マーク式解答用紙に、
大問④については、記述式解答用紙に記入してください。
- 3 解答用紙が配付されたら、まずマーク式解答用紙に受験番号等を記入し、受験番号に
対応する数字を、右の記入例に従って、鉛筆で黒くぬりつぶしてください。※1
記述式解答用紙は、全ての用紙の上部に受験番号のみを記入してください。※2
- 4 大問①～大問③については、次のマーク式解答用紙への解答上の注意をよく読んで
解答してください。



記述式解答用紙
受験番号記入例 ※2

マーク式解答用紙への解答上の注意

- (1) 解答は、マーク式解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしてください。間違えてマークしたときは、消しゴムできれいに消してください。
- (2) 問題の文中の **ア**、**イウ** などには、特に指示のないかぎり、符号(一、±)、数字(0～9)、又は文字(a～e)が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらをマーク式解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークしてください。

例 **アイウ** に $-7a$ と答えたいとき



なお、同一の問題文中に **ア**、**イウ** などが2度以上現れる場合、2度目以降は、**ア**、**イウ** のように細枠で表記します。

- (3) 分数の形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えてください。

また、それ以上約分できない形で答えてください。

例えば、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{2a+1}{3}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ 、 $\frac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

- (4) 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。

また、必要に応じて、指定された桁まで **0** にマークしてください。

例えば、**キ** . **クケ** に 2.9 と答えたいときは、2.90 として答えてください。

- (5) 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。

例えば、 $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{13}}{2}$ 、 $6\sqrt{2a}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{52}}{4}$ 、 $3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

- (6) 比の形で解答する場合、最も簡単な整数比で答えてください。

例えば、1:3 と答えるところを、2:6 のように答えてはいけません。

- 5 その他、係員が注意したことをよく守ってください。

指示があるまで中をあけてはいけません。

I

(1) 2次方程式 $x^2 + px + q = 0 \cdots \textcircled{1}$ 、2次方程式 $x^2 + qx + p = 0 \cdots \textcircled{2}$ とする。

①の2つの解に、それぞれ1を足したものが、②の解になるような

定数 p, q の値は、 $p = \boxed{\text{アイ}}$ 、 $q = \boxed{\text{ウエ}}$ であり、

①の2つの解を α, β とするとき、 $\alpha^2 + \beta^2$ の値は $\boxed{\text{オ}}$ 、

$\alpha^3 + \beta^3$ の値は $\boxed{\text{カキ}}$ 、 $\alpha^{10} + \beta^{10}$ の値は $\boxed{\text{クケコサ}}$ である。

(2) $\triangle ABC$ において、 $\sin A : \sin B : \sin C = 7 : 5 : 4$ が成り立つとき、

$\cos A = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ 、 $\sin A = \frac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

また、この三角形の内接円の面積が 24π であるとき、

AB の長さは $\boxed{\text{ツテ}}$ で、 $\triangle ABC$ の面積は、 $\boxed{\text{トナ}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

このとき、内接円の中心から AB に下ろした垂線と AB との交点を P とすると、

AP = $\boxed{\text{ヌ}}$ である。

2

(1) a を実数とする 2 次関数 $f(x) = x^2 + 2(a-1)x$ ($-1 \leq x \leq 1$) について、

$x = -a+1$ で最小値をとるのは、 $\boxed{\text{ア}} \leq a \leq \boxed{\text{イ}}$ のときである。

(2) 大、中、小の 3 つのさいころを投げて、出た目の数をそれぞれ a, b, c とする。

このとき、 $a+b+c=9$ となる確率は、 $\frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オカキ}}}$ である。

ただし、さいころは 1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(3) $\triangle ABC$ において、辺 AB を $5:4$ の比に内分する点を D 、辺 AC を $3:2$ の比に内分する点を E とする。線分 BE, CD の交点を P とし、直線 AP と線分 BC の交点を F とするとき、

$BF:FC = \boxed{\text{ク}} : \boxed{\text{ケ}}$ であり、 $\triangle PBC : \triangle ABC = \boxed{\text{コ}} : \boxed{\text{サシ}}$ である。

(4) 2^n が 20 桁の数となるような、正の整数 n の個数は $\boxed{\text{ス}}$ 個である。

ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

(5) $a_n = n \left(\frac{1}{2}\right)^n$ で表される数列 $\{a_n\}$ の、初項から第 n 項までの和を S_n とすると、

$S_n = \boxed{\text{セ}} - \frac{\boxed{\text{ソ}} + n}{\boxed{\text{タ}}^n}$ である。

(6) $\triangle OAB$ において、 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ とする。

$|\vec{a}| = 2$ 、 $|\vec{b}| = 3$ 、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ のとき、 $|\vec{2a} - \vec{b}| = \sqrt{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

また、 $\triangle OAB$ の垂心を H とするとき、 $\vec{OH} = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{トナ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}} \vec{b}$ と表される。

(7) $0 \leq x \leq 2\pi$ のとき、 $\frac{2\sin x + 2}{\cos x + 3}$ の最大値は $\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ である。

(8) 座標平面上の点 $(2, 5)$ を通る直線 l と曲線 $y = x^2 - 6x + 11$ とで囲まれた部分の面積が最小に

なるのは、直線 l の傾きが $\boxed{\text{ヒフ}}$ のときである。

3

(1) 図1のように、放物線 $l: y = x^2$ と放物線 $m: y = -\frac{1}{2}x^2$ がある。

放物線 l 上に2点 A, B が、放物線 m 上に2点 C, D がある。

2点 A, C の x 座標の値は等しく、ともに負であり、

2点 B, D の x 座標の値はともに正である。

また、点 C の y 座標の値は -2 である。

$\triangle ABC$ の面積が 12 のとき、次の問いに答えよ。

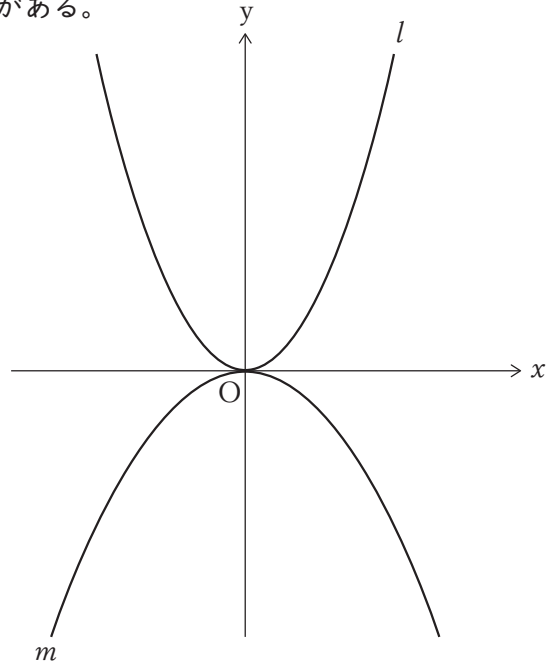


図1

(ア) 点 A の座標は (,) である。

(イ) 直線 BC の式は $y = \frac{\text{エ}}{\text{オ}}x + \text{カ}$ である。

(ウ) 直線 BC と放物線 m 上の点 C 以外の交点の座標は (,) , (,) である。

(エ) $\triangle ABD$ の面積が $\triangle ABC$ の面積の 2 倍であるとき、点 D の座標は (,) である。

(2) 図2のように、直線 n が放物線 $y = x^2$ と2点 A, B で交わり、

x 軸と点 P で交わっている。

また、 $\triangle OBP$ の面積は $\triangle OAP$ の面積の 4 倍である。

2点 A, B の x 座標をそれぞれ a, b (ただし、 $a < 0, b > 0$)

とすると、次の問いに答えよ。

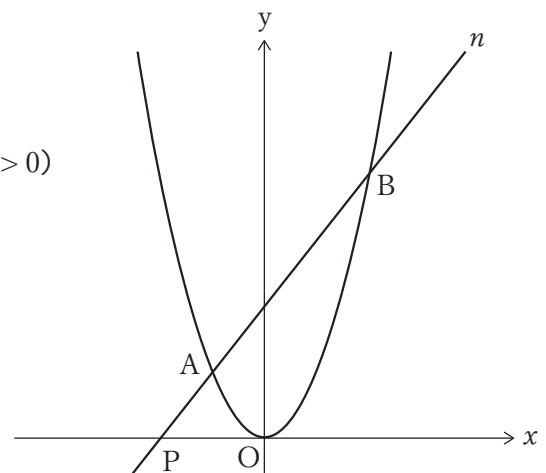


図2

(ア) a を b で表すと、 $a = \frac{\text{ソタ}}{\text{チ}}b$ となる。

(イ) 点 P の座標を $(-3, 0)$ とするとき、

点 A の座標は (,) , (,) ,

点 B の座標は (,) となる。

このとき、 y 軸上に点 $Q(0, q)$ をとり、四角形 $AOBQ$ をつくる。(ただし、 $q > 0$)

この四角形の面積が $\triangle AOB$ の面積の 4 倍となるのは、 $q = \text{ノハ}$ のときである。

4

図3のような $AB=AC=6\text{ cm}$, $BC=4\text{ cm}$ の $\triangle ABC$ を、辺 BC を軸として 60° だけ回転させたとき点 A が移動した点を D とし、図4のような三角錐 $D-ABC$ をつくる。辺 AD の中点を M とし、 D, M から $\triangle ABC$ に垂線をひき、その交点をそれぞれ H, I とする。また、 $\angle BDC$ の二等分線と辺 BC の交点を N とし、辺 CD 上に点 B からの距離が最も短くなるような点 E をとり、線分 DN と線分 BE の交点を F とする。このとき次の問いに答えよ。

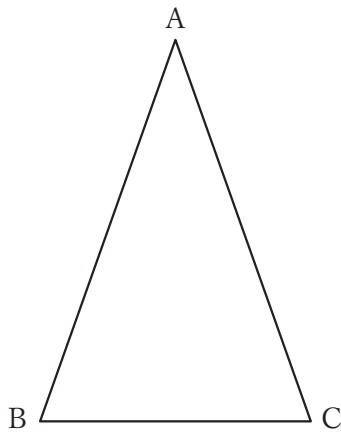


図3

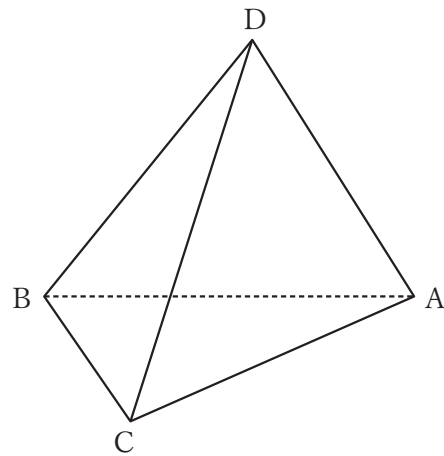


図4

- (1) 辺 AD の長さを求めよ。
- (2) 2点 H, I 間の距離を求めよ。
- (3) $\triangle BFN \sim \triangle DBN$ であることを証明せよ。
- (4) 線分 DE の長さを求めよ。
- (5) 三角錐 $D-ABE$ と三角錐 $C-ABE$ の体積比を求めよ。ただし、最も簡単な整数比で表すこと。

令和5年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

三次選考択一問題の正答について

校種	中学校	教科・科目	数学
----	-----	-------	----

問題番号	解答記号	正解	問題番号	解答記号	正解	問題番号	解答記号	正解
1	アイ, ウエ	-1, -3	2	ア, イ	0, 2	3	アイ, ウ	-2, 4
	オ	7		$\frac{ウエ}{オカキ}$	$\frac{25}{216}$		$y = \frac{エ}{オ}x + カ$	$y = \frac{3}{2}x + 1$
	カキ, クケコサ	10, 4207		ク:ケ, コ:サシ	6:5, 4:15		キク, $\frac{ケコ}{サ}$	-1, $\frac{-1}{2}$
	$\frac{シス}{セ}, \frac{ソ\sqrt{タ}}{チ}$	$\frac{-1}{5}, \frac{2\sqrt{6}}{5}$		ス	3		シ, スセ	4, -8
	ツテ, トナ $\sqrt{三}$	16, $64\sqrt{6}$		$セ - \frac{ソ+n}{タ^n}$	$2 - \frac{2+n}{2^n}$		$a = \frac{ソタ}{チ}b$	$a = \frac{-1}{2}b$
	ヌ	4		$\sqrt{チツ}$	$\sqrt{21}$		$\frac{ツテ}{ト}, \frac{ナ}{ニ}$	$\frac{-3}{2}, \frac{9}{4}$
		$\frac{テ}{トナ} \vec{a}, \frac{ニ}{ヌネ} \vec{b}$	$\frac{8}{35} \vec{a}, \frac{3}{35} \vec{b}$	ヌ, ネ	3, 9			
		$\frac{ノ}{ハ}$	$\frac{3}{2}$	ノハ	18			
		ヒフ	-2					

受験番号

令和5年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校 数学 解答用紙 (2枚のうち1)

((3)は、解答及び解答に至る過程をすべて、解答用紙に記入すること。(1)、(2)は答えのみでよい。)

4	得点	
---	----	--

--

(1)

$4\sqrt{2} \text{ cm}$	/
------------------------	---

--

(2)

$\sqrt{2} \text{ cm}$	/
-----------------------	---

--

(3)

<p>$\triangle BFN$ と $\triangle DBN$ において、 共通な角より $\angle BNF = \angle DNB \dots$ ① 仮定より $BE \perp CD$ なので $\angle BEC = 90^\circ \dots$ ② また、$\triangle DBC$ は二等辺三角形なので 底角は等しく $\angle DBN = \angle BCE \dots$ ③ 頂角の二等分線は底辺と垂直に交わるため $\angle DNB = 90^\circ \dots$ ④ $\triangle BCE$ において $\angle CBE = 180^\circ - \angle BEC - \angle BCE$ ②より $\angle CBE = 90^\circ - \angle BCE$ よって $\angle FBN = 90^\circ - \angle BCE \dots$ ⑤ $\triangle DBN$ において $\angle BDN = 180^\circ - \angle DNB - \angle DBN$ ④より $\angle BDN = 90^\circ - \angle DBN \dots$ ⑥ ③⑤⑥より $\angle FBN = \angle BDN \dots$ ⑦ ①⑦より 2組の角がそれぞれ等しいので $\triangle BFN \sim \triangle DBN$</p>	/
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---

--

受験番号

令和5年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校 数学 解答用紙 (2枚のうち2)

((5)は、解答及び解答に至る過程をすべて、解答用紙に記入すること。(4)は答えのみでよい。)

4 (続き)

(4)

$\frac{14}{3} \text{ cm}$	/
---------------------------	---

(5)

三角錐 D-ABE と三角錐 C-ABE において、
底面の $\triangle ADE$ と $\triangle ACE$ は同一平面上にあるため、
頂点 B からの高さは等しく、三角錐 D-ABE と三角錐 C-ABE の体積比は、
 $\triangle ADE$ と $\triangle ACE$ の面積比に等しい。
また、 $\triangle ADE$ と $\triangle ACE$ は、
底辺 DE と CE が同一直線上にあるため、頂点 A からの高さは等しく、
 $\triangle ADE$ と $\triangle ACE$ の面積比は、底辺 DE と CE の長さの比に等しい。
よって、三角錐 D-ABE と三角錐 C-ABE の体積比は、
底辺 DE と CE の長さの比に等しい。

$$(4)より、DE = \frac{14}{3} \text{ (cm)} \quad CE = CD - DE = 6 - \frac{14}{3} = \frac{4}{3} \text{ (cm)}$$

したがって、三角錐 D-ABE と三角錐 C-ABE の体積比は、

$$DE : CE = \frac{14}{3} : \frac{4}{3} = 7 : 2 \text{ となる。}$$

/